

MOGUĆI TIPOVI OPTIMIZACIJE ELASTIČNIH SISTEMA POSSIBLE OPTIMIZATION TYPES OF ELASTIC SYSTEMS

Ermin Husak¹, Isak Karabegović¹

¹Univerzitet u Bihaću, Tehnički fakultet Bihać,
dr. Irfana Ljubijankića bb., erminhusak@yahoo.com

SAŽETAK:

U ovom radu je dat način kako se mogu dobiti različiti tipovi optimizacije elastičnih sistema. Traženjem optimalnih vrijednosti geometrijskih varijabli koje opisuju geometriju elastičnog sistema uzrokuju moguća tri tipa optimizacije: optimizaciju dimenzija, optimizaciju oblika i optimizaciju topologije. Ova tri tipa optimizacije su predstavljena u ovom radu na jednostavnom primjeru optimizacije cijevnog poprečnog presjeka. Na kraju rada su dati rezultati istraživanja optimizacije topologije rešetke nelineranim programiranjem, genetskim algoritmom i optimizacijom rojem čestica.

Ključne riječi: optimizacija dimenzija, optimizacija oblika, optimizacija topologije.

ABSTRACT:

Modus to obtain different types of elastic system optimization is given in this paper. By looking for the optimal value of geometric variables that describe the geometry of the elastic system causing possible three types of optimization: optimization of dimensions, shape optimization and topology optimization. These three types of optimization are presented in this paper on example of tubular cross section optimization. At the end of the paper investigation results of truss topology optimization by nonlinear programming, genetic algorithm and particle swarm optimization is given.

Keywords: dimension optimization of dimensions, size optimization, topology optimization.

1. UVOD

Optimizacija elastičnih sistema, kao i njihovih složenijih oblika, u ovom trenutku je jedna od najpopularnijih oblasti istraživanja, a naročito u području mašinstva, građevine, aeronautike, rudarstva, nuklearnog inženjeringu kao i nekim drugim inženjerskim disciplinama. Danas projektant u toku razvoja elastičnih struktura mora razmišljati o sistemima sa minimalnom mogućom masom, jer će ga to voditi do minimalno mogućih troškova, ili maksimalne krutosti sistema, što će dovesti do maksimalne moguće funkcionalnosti ili maksimalne moguće produktivnosti projektiranog sistema itd. To znači da se mora poslužiti optimizacijskim metodama za pronalaženje minimalnih ili maksimalnih vrijednosti koje postoje kod takvih sistema kao i optimalnih parametara koji ih čine. Kada se vrši optimizacija elastičnih struktura u većini slučajeva funkcija cilja je definisana preko geometrijskih varijabli. Traženjem optimalnih

vrijednosti geometrijskih varijabli moguća su tri tipa optimizacije: optimizaciju dimenzija, optimizaciju oblika i optimizaciju topologije.

2. OPTIMIZACIJA ELASTIČNIH STRUKTURA I MOGUĆI TIPOVI

Opća matematička forma pod koju se mogu podvesti svi problemi optimizacije kako iz područja ovog rada tako i iz nekih drugih kao što je tehnologija, transport itd., predstavlja se kako slijedi [1,2]:

Minimizirati (maksimizirati) funkciju cilja:

$$\min f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.1)$$

koja može biti podvrgnuta ograničenjima jednakosti:

$$h_j(x) = h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0; \quad j=1, \dots, p \quad (3.2)$$

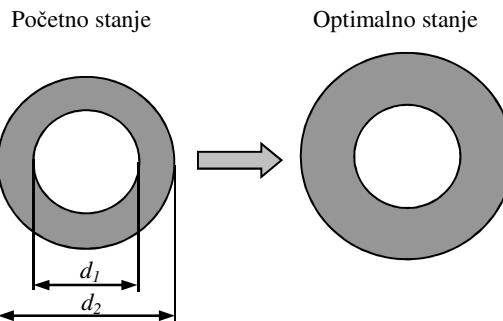
i ograničenjima nejednakosti:

$$g_i(x) = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0; \quad i=1, \dots, m \quad (3.3)$$

Ako funkcija cilja ovisi od geometrijskih varijabli onda su moguća sljedeća tri tipa optimizacije elastičnih sistema i struktura.

2.1. Optimizacija dimenzija

Optimizacija dimenzija najjednostavniji je oblik optimizacije elastičnih sistema. Ovisno od tog što definisemo kao funkciju cilja, potrebno je dimenzije elastičnog sistema prikazati kao varijable funkcije cilja, kao i moguća ograničenja, što bi nakon provođenja optimizacije trebalo rezultirati optimalnim vrijednostima dimenzija elastičnog sistema. Kod optimizacije dimenzija (najčešće poprečni presjeci) potrebno je oblik i topologiju elastičnog sistema držati konstantnim, tj. vrijednosti varijabli koje bi opisivale oblik i topologiju trebaju biti konstantne ili, jednostavnije rečeno, moraju biti poznate.



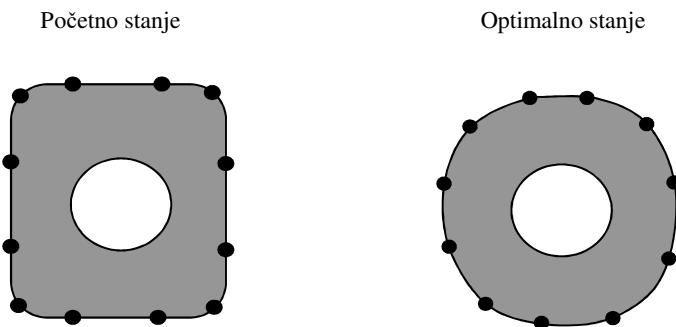
Slika 1. Optimizacija dimenzija (poprečnog presjeka)

Primjeri optimizacije dimenzija su optimizacija poprečnih presjeka greda, štapova rešetkastih nosača, debljina ploče, poprečni presjek stuba itd. Na slici 1 se vidi poprečni presjek cijevi definisan sa dvije varijable koje definišu dimenziju cijevi. Da bi se dobiti optimalne

vrijednosti varijabli, potrebno je definisati funkciju cilja za konkretni elastični sistem, a potom neke konstantne parametre kao što su modul elastičnosti, Poissonov koeficijent i ograničenja kao što su. Npr., maksimalni ugib ili minimalno naprezanje [2,3,4].

2.2. Optimizacija oblika

Optimizacija oblika postiže se definisanjem optimalne konture nekog poprečnog presjeka elastičnog sistema ili strukture. U ovom procesu topologija sistema je unaprijed definisana, te se ne mijenja, dok se oblik i dimenzije mijenjaju.

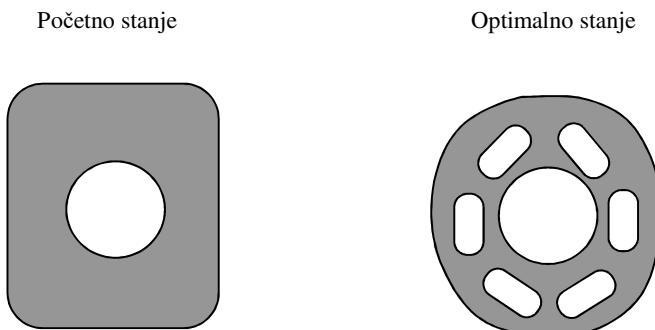


Slika 2. Optimizacija oblika (poprečnog presjeka)

Oblik i dimenzije se mijenjaju na osnovu pomjeranja specifičnih koordinata, na slici 2 predstavljenim tačkama sistema koje kontrolišu oblik, ali i dimenzije sistema. Varijable u funkciji cilja i ograničenima upravo predstavljaju spomenute koordinate, tj. koliko varijabli toliko koordinata. Kontura se najčešće definiše preko grupe B-splina i Bazierovih krivih. Primjeri optimizacije oblika su određivanje pozicije čvora u rešetkastom nosaču, optimalni radijus kod prelaza sa različitih dimenzija, optimalan oblik nosača itd. [4,5].

2.3. Optimizacija topologije

Optimizacija topologije je najkompleksniji oblik optimizacije elastičnog sistema. Dok se optimizacija dimenzija i oblika vrši optimizacijom određenih varijabli koje su im dodijeljene, optimizacija topologije je mnogo zahtjevnija.



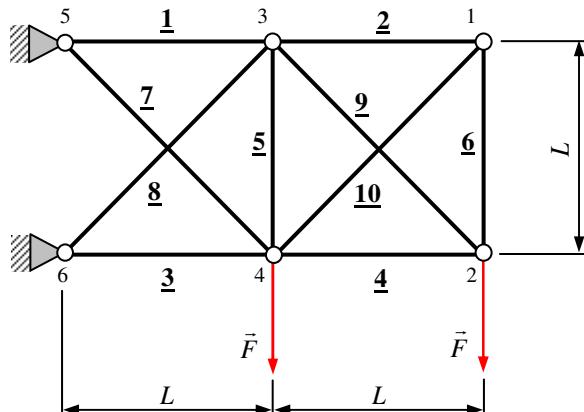
Slika 3. Optimizacija topologije (poprečnog presjeka)

Optimizacija topologije elastičnih sistema može se podijeliti na optimizaciju preko diskretnih elemenata i optimizaciju kontinuiranih sistema. Kod optimizacije preko diskretnih elemenata, područje rješenja predstavljeno je prethodno određenim mogućim lokacijama članova diskretne konstrukcije kao što su rešetke, okviri i paneli. Kod kontinualnog pristupa, područje rješenja se predstavlja kao kontinuum praznine ili materijala s veoma niskom gustoćom. Varirajući raspodjelu praznina/materijal ili gustoću materijala sa beskonačno malom mikrostrukturom, na svakoj lokaciji u kontinuumu strukture moguće je prikazati različite topologije.

Sva tri tipa optimizacije su tema mnogih naučnoistraživačkih radova [6,7,8]. Osim ova tri tipa optimizacije, poznat je još jedan karakterističan tip optimizacije a to je optimizacija materijala. Optimizacija materijala se bavi traženjem specifičnih sastava materijala, kao što su kompoziti, sa željenim karakteristikama. Kao primjer se može navesti sastav materijala sa negativnim Poissonovim odnosom, tj. materijal koji se poprečno širi dok je opterećen na istezanje [7].

3. OPTIMIZACIJA TOPOLOGIJE REŠETKE

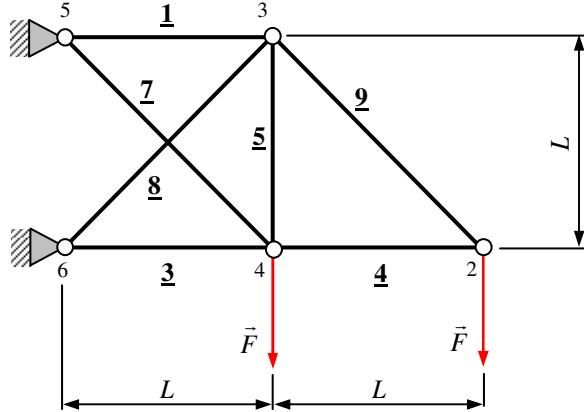
U ovom primjeru bilo je potrebno minimizirati težinu rešetkastog nosača sa deset štapova koji je prikazan na slici 4. Pošto se radi o diskretnom sistemu dali smo mogućnost da neke od varijabli poprime vrijednost nula što je prouzrokovalo mijenjanje topologije rešetke.



Slika 4. Aluminijski rešetkasti nosač sa deset štapova

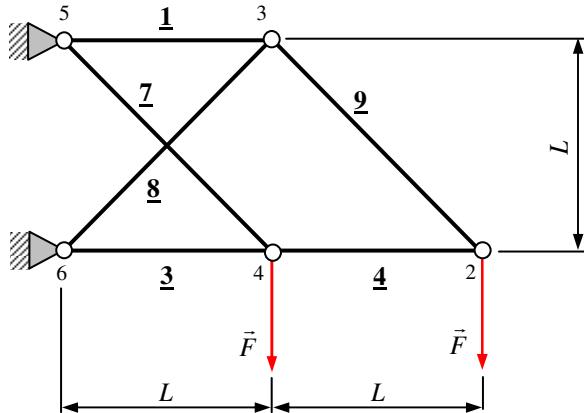
Veoma je bitno da nakon optimizacije topologije rešetkastih nosača dobijemo zadovoljavajuće rješenje u smislu statičke određenosti. Poznato je iz statike da se na osnovu broja štapova i broja čvorova mogu formirati statički određena, statički neodređena i labilna (mehanizam) rešetka. Zadovoljavajućim rješenja smatramo statički određenu i statički neodređenu rešetku, dok labilna rešetka ne zadovoljava. Rešetkasti nosač prikazan na slici 4 optimizirali smo sa klasičnim i savremenim metodama optimizacije. Za klasičnu metodu optimizacije uzeli smo nelinearno programiranje dok za savremene metode smo uzeli: genetske algoritme i optimizaciju rojem ćestica [9,10]. Moguće topologije koje smo doboli optimizacijama vidimo na slici 5 i slici 6.

Na osnovu dobijenih rezultata optimizacijom topologije nelinearnim programiranjem, možemo vidjeti da su sa rešetke nestala tri štapa, i to 2, 6, i 10, na osnovu čega dobijamo novi rešetkasti nosač sa sedam štapova, što vidimo na slici 5.



Slika 5. Rešetka dobijena optimizacijom topologije nelinearnim programiranjem

Dobijenu topologiju rešetkaste strukture, dobijenu optimizacijom genetskim algoritmom, možemo vidjeti na slici 6.



Slika 6 Rešetka dobijena optimizacijom topologije genetskim algoritmom

Optimizacija topologije rešetkastog nosača rojem čestica dala je slične rezultate kao i metoda optimizacije nelinearnim programiranjem.

4. ZAKLJUČAK

Od posebnog je značaja utvrditi i opredijeliti se na koji način modelirati i analizirati elastične sisteme. Ovisno od složenosti problema i optimizacijske metode, za jednu optimizaciju složenog elastičnog sistema broj provedenih analiza može varirati od nekoliko stotina do nekoliko miliona. Modeliranje i analiza mogu se raditi analitički ili numerički i potrebno se unaprijed odlučiti na koji način modelirati i analizirati određeni složeni elastični sistem. Osim odluke o načinu modeliranja elastičnog sistema veoma je bitno ispravno definisati i postaviti optimizacijski problem. Optimizacije elastičnih sistema u većini slučajeva su problemi optimizacije sa ograničenjima. Broj ograničenja može ići do nekoliko desetina ograničenja. Definisanje geometrijskih varijabli je usko vezano koji tip optimizacije će se koristiti. Kod optimizacije topologije diskretnih sistema kao u našem primjeru potrebno je da varijabla ima mogućnost poprimiti vrijednost nula da bi se određeni štap mogao isključiti iz strukture.

5. LITERATURA

- [1] J. Arora ,*Introduction to optimal design*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1989.
- [2] U. Kirsch: “*Structural Optimization—Fundamentals and Applications*”, Springer, Berlin 1993.
- [3] K. Saitou, K. Izui, S. Nishiwaki, P. Papalabros: “*A Survey of structural optimization in mechanical product development*”, Journal of computing and information science in engineering, Vol. 5, September, 2005. pp. 214-226
- [4] P.W. Christensen, A. Klarbring: “*An introduction to structural optimization*”, Springer science, 2009.
- [5] D. Wang: “*Optimal shape design of a frame structure for minimization of maximum bending moment*”, Engineering structures, Vol. 29. 2007. pp.1824-1832.
- [6] M.P. Bendsoe, A. Diaz, N. Kikuchi: “*Generating optimal topologies in structural topologies using homogenization method*”, Computer methods in applied mechanics and engineering” vol. 71, n.2, 1988. pp. 197-224.
- [7] M. Stolpe: “*On models and Methods for global optimization of structural topology*”, Doctoral Thesis, Stockholm, 2003.
- [8] N. Lyu, K. Saitou: “*Topology optimization of multicomponent beam structure via decomposition-based assembly synthesis*” Journal of mechanical design, Vol. 127, March, 2005. pp. 170-183
- [9] Ermin Husak, I. Karabegović, S. Isić, (2015), Uporedna analiza gradijentnih i heurističkih metoda kod optimizacije konzole, Proceedings: New Technologies, NT 2015, Mostar, pp. 193 – 200.
- [10] Ermin Husak, E. Karabegović, Miran Brezočnik, (2015), Korištenje heurističkih metoda u optimizaciji elastičnih struktura, Proceedings: New Technologies, NT 2015, Mostar, pp. 186 – 192.